《数学大观》

二十六、欧洲数学文化发展概述

主 讲 人 ： 青 课

01

三次方程论的威

尼斯之战

十六世纪的欧洲盛行数学竞赛。

公元1535年2月22日，威尼斯的一所大教堂里公开进行着一场数学竞赛，参加竞赛的一方是意大利波伦亚大学教授费罗的学生菲奥尔，另一方是塔塔里亚(Nicolo Tartaglia)。

塔塔里亚(Nicolo Tartaglia)原名丰塔纳，是意大利著名的数学家、力学家、军事科学家。以发现三次方程的一般解法和始创弹道学而著称于世。

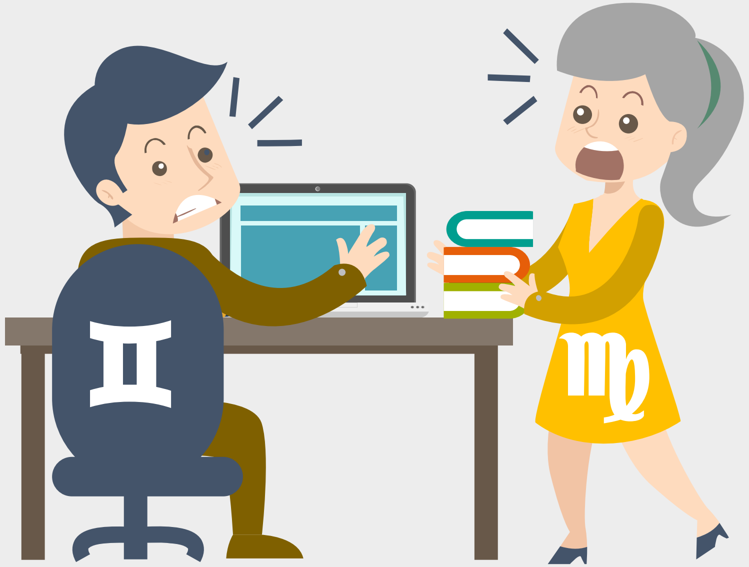
在求解一元三次方程的努力中，最先有所突破的是费罗，他发现了缺二次项的三次方程$x^3+px=q$的解法，他将解法秘传给学生菲奥尔。

1530年前后，塔塔里亚求出了缺一次项的一元三次方程$x^3+mx^2=n$的一般解法，得出正实根，也没有发表。

当时的学术氛围促成对成果保密，以求在公开的数学竞赛中击败对手。

菲奥尔和塔塔里亚协定数学竞赛，双方各出30道题目给对方做，谁解的最多最快，谁就获胜。

塔塔里亚在比赛前发现了一种新方法，并构造了30道只能用这一新方法才能解决的三次方程。他在这场竞赛大获全胜，从而名扬意大利。



获胜后，塔塔里亚经过进一步探索，找到了三次方程的一般解法，但他的解法一直保密不肯公布出来。

当时，欧洲有一位著名的医生叫**卡丹**（Girolamo Cardano 1501～1576），他酷爱数学，于1539年3月25日向塔塔利亚求得了三次方程的解法，并立誓永不泄密。

然而，他并未遵守诺言，在其1545年出版的**《大术》**一书中公布了三次方程的解法。

此书并非完全抄袭之作，其中包含许多卡丹独特的创造。

塔塔里亚被激怒，要求与卡丹进行一场比赛。

1548年8月10日比赛当天，卡丹派了他天才的门徒费拉里（Ludovico Ferrari1522～1565）出场，费拉里熟知三次方程的解法，并已发现了四次方程的巧妙解法，塔塔里亚最终惨败。

费拉里

在数学史上，由于卡丹最早发表了三次方程一般解法的公式，因而这一公式取名为卡尔达诺公式，塔塔里亚之名反而湮没无闻。

塔塔里亚最重要的著作是《数的度量通论》，这是当时初等数学的大全。此外他还翻译过欧几里得、阿基米德等人的著作。

02

费拉里发现的一元四次方程的解法

卡丹在《大术》一书中也详细介绍了这个被称为“斐拉里方法”的解法。

和三次方程中的做法一样，可以用一个坐标平移来消去四次方程一般形式中的三次项，所以只要考虑下面形式的一元四次方程：

$$x^4=px^2+qx+r$$

关键在于要利用参数把等式的两边配成完全平方形式。

考虑一个参数a，有：$(x^2+a)^2 = (p+2a)x^2+qx+r+a^2$

当且仅当Δ=0时，满足完全平方式，即：$q^2 = 4(p+2a)(r+a^2)$

$q^2 = 4(p+2a)(r+a^2)$是关于a的三次方程，利用一元三次方程的解法可以解出参数a。

这样原方程两边都是完全平方式，开方后就是一个关于x的一元二次方程，于是就可以解出原方程的根x。

具体解法如下：x⁴ + ax³ + bx² + cx + d = 0

$$\left(x^2+\frac{a}{2}x+\lambda\right)^2=x^2\left(\frac{a^2}{4}+2\lambda-b\right)+x(a\lambda-c)+\left(\lambda^2-d\right)$$

右边是完全平方，$\Delta=(a\lambda-c)^2-\left(a^2+8\lambda-4b\right)\left(\lambda^2-d\right)=0$

原方程将变为三次方程，设一解为 λ_0 $\left(x^2+\frac{a}{2}x+\lambda_0\right)^2=(\alpha x+\beta)^2$

$$\begin{cases} x^2+\frac{a}{2}x+\lambda_0=\alpha x+\beta \\ x^2+\frac{a}{2}x+\lambda_0=-(\alpha x+\beta) \end{cases}$$

解一元二次方程即得

03

伟大的韦达

韦达，F．（Viète，Francois）1540年生于法国普瓦图地区，1603年12月13日卒于巴黎，他是法国16世纪最有影响的数学家。

韦达在数学上的研究领域主要包括方程理论、符号代数、三角学及几何学等。

1.代数方面：

韦达推崇丢番图的代数思想，他的著作中提出了代数思想观念和符号代数两项重要的主张。

他是第一个有意识地和系统地使用字母表示数的人，并且对数学符号进行了很多改进。他在1591年所写的《分析术引论》是最早的符号代数著作。

因此，他获得了“代数学之父”之称。

2.三角学方面：

1579年出版的《应用于三角学的数学定律》是韦达最早的数学著作之一，也是早期系统论述三角学的著作之一。

书中给出了许多三角函数表和造表方法，韦达自己发现或补充的公式，包括我们现在代数课本中出现的和差化积公式：

$$\sin A\pm\sin B=2\sin(A\pm B)/2\cdot \mathrm{COS}(A+B)/2$$

韦达的著作比较晦涩难懂，在当时不能得到广泛传播。在他逝世后，才由别人汇集整理并编成《韦达文集》于1646年出版。

尽管韦达的方程理论仍然存在着许多不足，比如他不承认方程负根的存在等，但他所取得的数学成就对后来的数学家有着深远的影响。

04

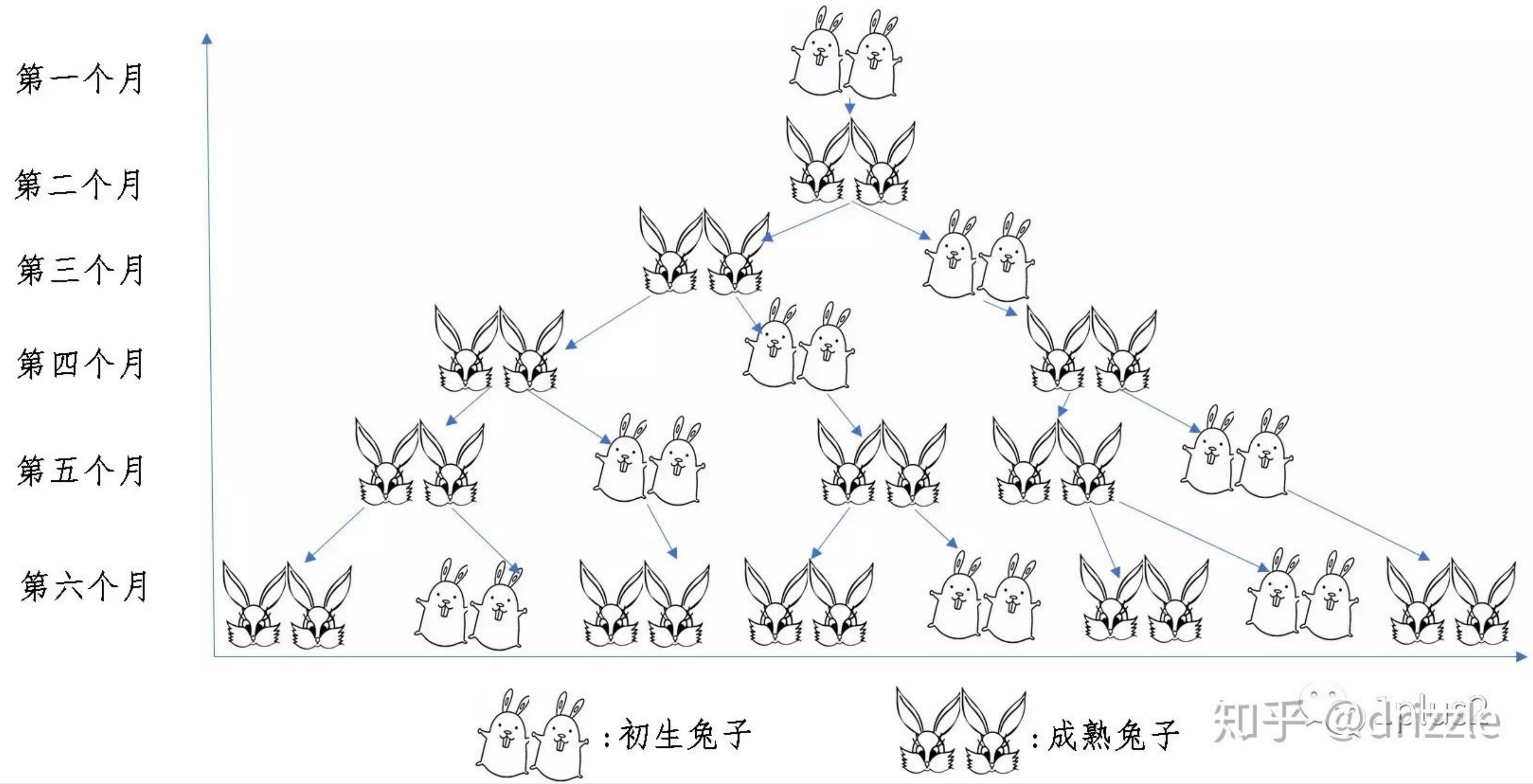
“生兔子问题”——斐波那契数列的由来

斐波那契（Fibonacci，约1170—约1250），十三世纪意大利著名的数学家，于1202年写成名著《算盘书》。该书广为流传，为印度-阿拉伯数码在欧洲流传起了重要作用。

斐波那契被誉为点燃西方文艺复兴的第一个伟大的数学家。他的著作还有《几何实用》（1220），《平方数书》（1225）等。

《算盘书》在1228年的修订本中增加了脍炙人口的“生兔子问题”也称斐波那契数列。

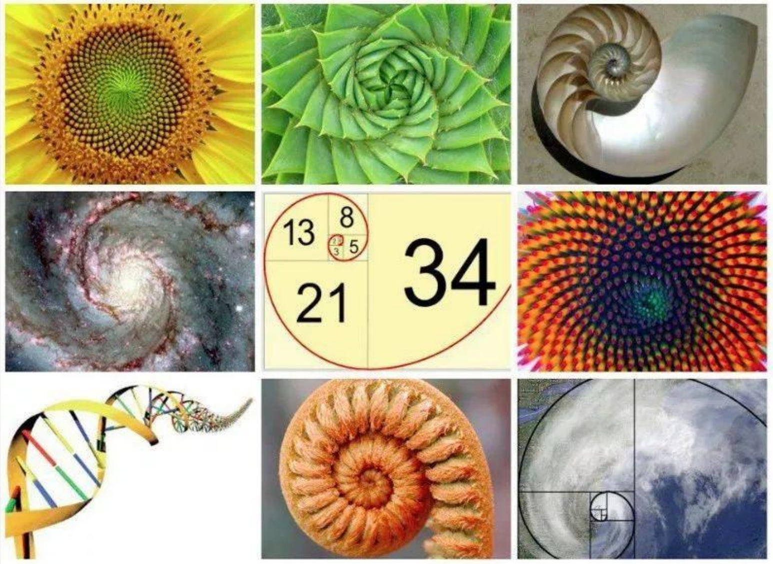
“一对小兔子（雌雄各一），过一个月就成长为一对大兔子，大兔子又过一个月就要生出一对雌雄各一的小兔子，小兔子过一个月又长成一对大兔子，大兔子每过一个月都要生出一对雌雄各一的小兔子，若照此生下去，且无死亡，问一年后应有多少对兔子?


第一个月
第二个月
第三个月
第四个月
第五个月
第六个月
:初生兔子
:成熟兔子

1月到第12月的情形：

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
小兔子数目	1	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55
大兔子数目	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89
总数	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

后人为纪念兔子繁殖问题的斐波那契，将这个数列$\{F_n\}$称为斐波那契数列，斐波那契数列的各项，满足$F_0=F_1=1$，$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}\ (n\geq 2)$，这个数列的每一项都叫斐波那契数。



感谢聆听